

УДК 532.78

А. Б. Лысенко

Днепродзержинский государственный технический университет

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАССОВОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ЭФФЕКТИВНЫХ СКОРОСТЕЙ ЗАРОЖДЕНИЯ И РОСТА КРИСТАЛЛОВ

Наведено нову версію кінетичного аналізу масової кристалізації, яку було названо наближенням ефективних швидкостей зародження та росту кристалів. У розробленому підході приписування частки об'єму, що знає кристалізації за елементарний проміжок часу, виражається через відносні внески процесів зародження та росту кристалів, які обумовлені збільшенням числа центрів кристалізації в одиниці об'єму dN та розмірів dR усіх існуючих на даний момент кристалів. Величини dN і dR розраховуються за допомогою ефективних параметрів I_{eff} , u_{eff} , котрі є пропорційними об'ємній частці материнської фази. У рамках запропонованого наближення отримані кінетичні рівняння (залежності частки перетвореного об'єму від часу) для процесів однофазної та двофазної (конкурентної) кристалізації, а також твердіння лазерної ванни, яке здійснюється шляхом росту матричних кристалів від межі оплавлення і незалежного утворення нових кристалів у рідкій частині об'єму. Показано, що на відзнаку від відомих підходів, що ґрунтуються на класичному рівнянні Колмогорова та його похідних, надана модель дозволяє створювати достатньо прості алгоритми для розрахунків числа кристалів одиниці об'єму та їх найімовірніших розмірів, котрі являють собою важливіші характеристики первинної мікроструктури матеріалів.

Ключові слова: масова кристалізація, кінетична модель, зародження, ріст кристалів, аналіз типових процесів.

Представлена новая версия кинетического анализа массовой кристаллизации, названная приближением эффективных скоростей зарождения и роста кристаллов. В разработанном подходе приращение доли кристаллизующегося объема dx за элементарный промежуток времени выражается через относительные вклады процессов зарождения и роста кристаллов, которые обусловлены увеличением числа центров кристаллизации в единице объема dN и размеров dR всех имеющих на данный момент кристаллов. Величины dN и dR рассчитываются с помощью эффективных параметров I_{eff} , u_{eff} , пропорциональных объемной доле материнской фазы. В рамках предложенного приближения получены кинетические уравнения (зависимости доли превращенного объема от времени) для процессов однофазной и двухфазной (конкурентной) кристаллизации, а также затвердевания лазерной ванны, которое осуществляется путем роста матричных кристаллов от границы оплавления и независимого образования новых кристаллов в жидкой части объема. Показано, что в отличие от известных подходов, основанных на классическом уравнении Колмогорова и его производных, представленная модель позволяет создавать достаточно простые алгоритмы для расчетов числа кристаллов в единице объема и их наиболее вероятных размеров, которые являются важнейшими характеристиками первичной микроструктуры материалов.

Ключевые слова: массовая кристаллизация, кинетическая модель, зарождение, рост кристаллов, анализ типовых процессов.

It is presented a new version of the mass crystallization kinetic analysis named by approach of crystals nucleation and growth effective rates. In the developed approach the fraction of the crystallized volume dx increment per the elementary term expresses through the relative contributions of crystal nucleation and growth processes which are conditioned by crystallization centers number per unit volume dN and by sizes dR of all available at present crystals increasing. Quantities dN and dR calculates by the effective parameters I_{eff} , u_{eff} proportional to a parent phase volume fraction. Within the suggested approach limits a kinetic equations (the transformed volume fraction on a time dependences) for single-phase and two-phase (competitive) crystallization processes, and also a laser bath solidification which is carried out by matrix crystals growth from the infusion zone boundary and the independent formation of new crystals in a liquid part of a volume, are obtained. It is shown that in contrast to the known approaches based on the Kolmogorov classical equation and its derivatives, the presented model allows to create sufficiently simple algorithms for calculations of crystals number per unit volume and their most probable sizes which are the major characteristics of materials primary microstructure.

Key words: mass crystallization, kinetic model, nucleation, crystal growth, typical processes analysis.

Введение

В исследованиях процессов формирования структуры в условиях быстрого охлаждения расплавов или нагрева аморфных материалов [1–3] традиционно используют классическое кинетическое уравнение А.Н. Колмогорова [4], задающее зависимость доли кристаллизующегося объема x от времени t

$$x(t) = 1 - \exp\left\{-\frac{4}{3}\pi \int_0^t I(t') \left[\int_{t'}^t u(t'') dt''\right]^3 dt'\right\}, \quad (1)$$

где I, u – частота зародышеобразования и скорость роста кристаллов, соответственно.

В рамках концепции расширенного (extended) объема x^e уравнение (1) получают, полагая, что элементарное приращение доли кристаллизующегося объема dx связано с приращением расширенного объема dx^e и относительным количеством остаточной материнской фазы $x_m = 1-x$ соотношением [5]

$$dx = (1-x)dx^e. \quad (2)$$

Под расширенным объемом понимают гипотетический объем, который был бы занят кристаллизующейся фазой в случае непрерывного зарождения и роста кристаллов не только в местах расположения материнской фазы, но и в ранее закристаллизовавшихся областях. Для рассматриваемого в подходе А.Н. Колмогорова [4] процесса однофазной кристаллизации, осуществляющегося путем самопроизвольного образования кристаллических зародышей и их дальнейшего изотропного роста, величина x^e рассчитывается с помощью интегрального выражения, составляющего показатель степени экспоненты в уравнении (1).

В [6–8] подобный прием вывода кинетического уравнения используется также для превращений, происходящих с участием двух твердых фаз. Кинетика формирования каждой из этих фаз, в общем случае, характеризуется параметрами I_1, u_1 и I_2, u_2 , их относительные количества в исследуемом объеме составляют x_1 и x_2 , а объемная доля материнской фазы $x_m = 1-x_1-x_2$. При этом задачу сводят к одной переменной $x_s = x_1+x_2$, которая имеет смысл суммарной объемной доли кристаллизующихся фаз, и предполагают, что расширенный объем x_s^e , образованный двумя совместно кристаллизующимися фазами, равен сумме расширенных объемов этих фаз, т.е. $x_s^e = x_1^e + x_2^e$. В этих предположениях получают уравнение колмогоровского типа

$$x_s(t) = 1 - \exp[-x_s^e(t)]. \quad (3)$$

Недостаток рассмотренного подхода заключается в том, что уравнение (3) не дает возможности отдельного анализа зависимостей $x_1(t)$ и $x_2(t)$, описывающих кинетику кристаллизации конкурирующих фаз. Для частного случая многофазных превращений, происходящих поэтапно с четким разделением двух стадий, эту задачу решают либо введением в модель дополнительного свободного параметра – времени завершения первой стадии процесса [6], либо путем ограничения доли объема, кристаллизующегося на первой стадии, за счет механизма превращения, в качестве которого в [7] рассматривается механизм «столкновения» диффузионных зон растущих кристаллов.

При построении более сложной модели одновременно протекающих превращений [8] получено уравнение, связывающее долю превращенного объема i -фазы (x_i) с ее парциальными (x_i^e) и суммарным (x_s^e) расширенным объемами:

$$x_i = \int \frac{dx_i^e}{dx_s^e} \exp(-x_s^e) dx_s^e. \quad (4)$$

Применительно к двухфазным процессам ($i=1, 2$) предложены аналитические решения уравнения (4) в предположениях, что расширенные объемы кристаллизующихся фаз (x_1^e и x_2^e) связаны друг с другом линейной (5) или параболической (6) зависимостями

$$x_2^e = ax_1^e - b, \quad (5)$$

$$x_2^e = c(x_1^e)^2 + dx_1^e - f, \quad (6)$$

где a, b, c, d, f – постоянные ($a, c > 0; b, d, f \geq 0$).

Как видно из соотношений (4)–(6), реальные объемы одновременно обрабатываемых фаз x_1 и x_2 могут быть рассчитаны через величину расширенного объема одной из них (x_1^e). Однако при этом в анализ вовлекаются параметры a, b, c, d, f , задающие зависимости $x_2^e(x_1^e)$, что затрудняет получение однозначных решений.

С точки зрения механизмов и кинетики процесса, к числу сложных превращений относится также кристаллизация ванны расплава, образующейся при взаимодействии лазерного излучения с поверхностью материала. Согласно данным структурных исследований [9, 10], в поперечных сечениях оплавленных слоев выявляются две зоны, одна из которых формируется в результате прорастания в расплав кристаллов, расположенных на границе оплавления, а вторая – путем независимого зарождения и роста новых центров в части лазерной ванны, расположенной над фронтом матричных кристаллов (ФМК).

Процесс затвердевания начинается с роста матричных кристаллов, а условия для возникновения новых центров создаются спустя некоторый промежуток времени, по мере перехода в переохлажденное состояние вышележащих слоев расплава [11]. На стадии совместного развития обоих механизмов кристаллы, растущие от дна ванны, сталкиваются на фронте с вновь зарождающимися кристаллами, в то время как рост последних дополнительно блокируется за счет взаимных столкновений соседних частиц. Перечисленные особенности кристаллизации лазерной ванны в совокупности не могут быть учтены с помощью кинетической модели А.Н. Колмогорова, построенной для процессов статистического зарождения и дальнейшего изотропного роста кристаллов или роста кристаллов из имеющихся в объеме материнской фазы статистически распределенных центров.

Из сказанного выше следует, что применение формализма теории расширенного объема к многофазным превращениям, а также процессам структурообразования в условиях лазерной обработки с оплавлением поверхности сопряжено с рядом ограничений и принципиальных трудностей. Это свидетельствует о необходимости поиска новых концепций кинетического анализа массовой кристаллизации, которые обеспечивали бы лучшую адаптируемость модели к упомянутым сложным процессам.

Основные соотношения модели

Сущность предлагаемого подхода в построении новой модели массовой кристаллизации состоит в отказе от использования соотношения (2), связывающего приращение реального dx и расширенного dx^e объемов за элементарный промежуток времени dt . Вместо этого рассматриваются реальные вклады в величину dx процессов зарождения и роста кристаллов. Эти вклады обусловлены появлением в исследуемом объеме некоторого количества dN зародышей критического размера R_c и увеличением линейных размеров dR всех имеющихся на данный момент кристаллов. Предполагается, что в стесненных условиях массовой кристаллизации величины dN и dR определяются не только значениями частоты зарождения I и линейной скорости роста кристаллов u , но и относительным количеством материнской фазы x_m в единице объем, т.е. могут быть рассчитаны с помощью соотношений

$$dN = x_m \cdot I \cdot dt, \quad (7)$$

$$dR = x_m \cdot u \cdot dt. \quad (8)$$

В уравнении (7) множитель x_m означает, что кристаллические зародыши могут образовываться только в части объема, не испытавшей превращение. Это утверждение очевидно, в силу чего представленная форма уравнения для расчета величины dN используется в исследованиях кинетики кристаллизации как из жидкого, так и аморфного состояний [12; 13].

Не менее обоснованным является также тезис о том, что на стадии массовой кристаллизации кристаллы могут расти лишь в тех направлениях, в которых они граничат с материнской фазой. Вероятность существования незаблокированных соседними кристаллами направлений роста уменьшается по мере увеличения доли превращенного объема, стремясь к нулю при $x \rightarrow 1$. Наоборот, на самых ранних стадиях затвердевания, когда x ничтожно мало, кристаллы растут свободно с скоростью u , которая задается температурой и механизмом процесса. Отмеченные особенности совместного роста больших совокупностей кристаллов учитываются уравнением (8), что позволяет рекомендовать его для расчетов приращений линейных размеров кристаллов в условиях массовой кристаллизации.

Как видно из соотношений (7), (8), в подходе, основанном на расчете приращений кристаллизующегося объема посредством реальных приращений числа центров кристаллизации и размеров кристаллов, параметры I и u характеризуют лишь потенциальные возможности процессов зарождения и роста кристаллов, в то время как фактический кинетический ход этих процессов описывается эффективными параметрами:

$$I_{eff} = x_m \cdot I, \quad (9)$$

$$u_{eff} = x_m \cdot u. \quad (10)$$

Отсюда следует, что предлагаемый принцип кинетического анализа может быть назван приближением эффективных скоростей зарождения и роста кристаллов.

Применение модели для решения типовых задач

Уравнения (7)–(10) составляют формальную основу предлагаемой модели массовой кристаллизации. С их помощью могут быть получены кинетические уравнения $x(t)$ как для классической задачи однофазной кристаллизации, рассмотренной А.Н. Колмогоровым [4], так и для более сложных процессов формирования структуры в условиях конкуренции нескольких кристаллизующихся фаз и механизмов превращения.

Однофазная кристаллизация

Рассмотрим единичный объем материнской (жидкой или аморфной) фазы, который кристаллизуется путем образования сферических зародышей одной фазы и их дальнейшего изотропного роста на временном отрезке t_b – t_e . Допустим, что в некоторой точке t' этого интервала $t_b < t' < t_e$ доля объема, испытавшего превращение, составляет $x(t')$. За малый промежуток времени от t' до $t'+dt$ в исследуемом объеме возникает $dN(t')$ новых центров кристаллизации критического размера $R_c(t')$. Согласно соотношению (7):

$$dN(t') = x_m(t') \cdot I(t') \cdot dt' = [1 - x(t')] \cdot I(t') dt' . \quad (11)$$

Зародыши, возникающие при $t=t'$, далее растут с эффективной скоростью (10) и к любому заданному моменту времени $t' \leq t \leq t_e$ достигают размеров:

$$R(t', t) = R_c(t') + \int_{t'}^t [1 - x(t'')] \cdot u(t'') dt'' , \quad (12)$$

где $t'' \in [t', t]$.

Приращение доли закристаллизованного объема, обусловленное этими кристаллами, составляет

$$dx(t', t) = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3(t', t) \cdot dN(t') . \quad (13)$$

Интегрируя (13) с учетом (11) и (12), получаем искомое уравнение

$$x(t) = \frac{4}{3} \pi \int_{t_b}^t [1 - x(t')] \cdot I(t') \left\{ R_c(t') + \int_{t'}^t [1 - x(t'')] \cdot u(t'') dt'' \right\}^3 dt' . \quad (14)$$

Как видно, кинетическое уравнение (14) содержит функцию $x(t)$ в подынтегральном выражении правой части и, следовательно, может быть решено лишь численными методами. В этом отношении оно проигрывает классическому уравнению (1), которое имеет аналитические решения. С другой стороны, соотношения (7) и (8), положенные в основу предлагаемой модели, могут быть использованы для независимого анализа кинетики процессов зарождения и роста кристаллов. В частности, появляется возможность для создания относительно простых алгоритмов, позволяющих рассчитывать зависимости $R(t)$ и графики распределения кристаллов по размерам [14, 15], которые содержат ценную информацию об особенностях микроструктуры материалов. Эту возможность можно отнести к преимуществам представленного подхода, поскольку в рамках модели А.Н. Колмогорова подобные расчеты достаточно сложны [16, 17].

Двухфазная кристаллизация

Как отмечалось во введении, при использовании концепции расширенного объема к многофазным превращениям отдельный анализ кинетики формирования конкурирующих фаз затруднен, что обусловлено необходимостью теоретического обоснования взаимосвязей превращенных и расширенных объемов. В предлагаемом подходе рассматриваются лишь реальные относительные объемы, испытывающие превращение, которые связаны друг с другом и объемной долей остаточной материнской фазы аддитивной зависимостью. Поэтому данная концепция может быть легко распространена на сложные процессы с участием любого числа фаз.

В качестве примера рассмотрим превращение материнской фазы в смесь двух одновременно образующихся кристаллических фаз α и β . Будем считать, что обе фазы формируются путем зарождения (I_α, I_β) и изотропного роста (u_α, u_β) сферических центров, хотя могут быть заданы и другие, в том числе, и различные для каждой из фаз, механизмы превращения. Для выбранного примера объемные доли материнской и кристаллизующихся фаз связаны соотношением

$$x_m = 1 - x_\alpha - x_\beta. \quad (15)$$

Так как предполагаемый механизм кристаллизации обеих фаз одинаков и аналогичен используемому при выводе уравнения (14), это позволяет записать следующие кинетические уравнения для совместно образующихся α - и β -фаз:

$$x_\alpha(t) = \frac{4}{3} \pi \int_{t_b}^t [1 - x_\alpha(t') - x_\beta(t')] \cdot I_\alpha(t') \left\{ R_c^\alpha(t') + \int_{t'}^t [1 - x_\alpha(t'') - x_\beta(t'')] \cdot u_\alpha(t'') dt'' \right\}^3 dt', \quad (16)$$

$$x_\beta(t) = \frac{4}{3} \pi \int_{t_b}^t [1 - x_\alpha(t') - x_\beta(t')] \cdot I_\beta(t') \left\{ R_c^\beta(t') + \int_{t'}^t [1 - x_\alpha(t'') - x_\beta(t'')] \cdot u_\beta(t'') dt'' \right\}^3 dt'. \quad (17)$$

В отличие от подхода, базирующегося на уравнении колмогоровского типа (3), уравнения (16) и (17) дают кинетические зависимости $x(t)$ для каждой из кристаллизующихся фаз, а их сумма соответствует общей доле превращенного объема $x_s(t) = x_\alpha(t) + x_\beta(t)$. Важно также, что посредством соотношения (15) относительные количества конкурирующих фаз изменяются согласованно и в момент исчерпания материнской фазы ($x_m = 0$) эти изменения прекращаются. Наконец, еще одним достоинством рассмотренной версии кинетической модели многофазной кристаллизации является то, что она сохраняет дополнительную возможность для расчетов плотности центров кристаллизации $N(t)$ и размеров кристаллов $R(t)$ для каждой из фаз.

Кристаллизация лазерной ванны расплава

С учетом отмечавшихся выше особенностей формирования структуры в условиях лазерной обработки с оплавлением поверхности, получим кинетические уравнения кристаллизации лазерной ванны для общего случая, предполагающего одновременное действие механизма продвижения в расплав фронта матричных кристаллов и механизма независимого образования новых центров кристаллизации в зоне, расположенной над ФМК. Обозначим относительные вклады упомянутых

механизмов в общую долю закристаллизовавшегося объема следующим образом: x_g – доля объема, занятая столбчатыми кристаллами, растущими от границы оплавления; x_h – доля объема, сформировавшаяся в результате зарождения и изотропного роста новых кристаллов.

Предположим, что к моменту t' , принадлежащему интервалу $t_b - t_e$, матричные кристаллы продвинулись вглубь расплава на расстояние $h(t')$ и заняли объем $V_g(t')$. Если бы рост этих кристаллов был свободным, то их фронт перемещался бы со скоростью $u_g(t')$, которая определяется механизмом процесса и теплофизическими условиями на межфазной границе. Однако, в соответствии с предлагаемой моделью, столбчатые кристаллы сталкиваются на своем пути с кристаллами, растущими из вновь образующихся центров, в результате чего прирост объема V_g снижается. Этот эффект проявляется в тем большей степени, чем меньшую долю объема в зоне, лежащей над ФМК, занимает материнская фаза. Отсюда следует, что в рассматриваемом варианте модели величина x_m , входящая в формулы (9) и (10) для расчета эффективных скоростей зарождения и роста кристаллов, может быть определена из соотношения [18]

$$x_m = \frac{1 - x_g - x_h}{1 - x_g}. \quad (18)$$

С учетом (18), определим приращение доли объема, перешедшего в кристаллическое состояние за элементарный промежуток времени dt' вследствие продвижения в расплав столбчатых кристаллов

$$dx_g(t') = \frac{1}{V_0} \cdot S_g(t') \cdot x_m(t') \cdot u_g(t') dt', \quad (19)$$

где V_0 – общий объем лазерной ванны; $S_g(t')$ – площадь границы раздела матричных кристаллов с расплавом.

Интегрируя (19) в предположении постоянства величины $S_g(t') = S_g$, получаем кинетическое уравнение, соответствующее механизму роста матричных кристаллов

$$x_g(t) = \frac{1}{h_0} \int_{t_b}^t \frac{1 - x_g(t') - x_h(t')}{1 - x_g(t')} \cdot u_g(t') dt', \quad (20)$$

где $h_0 = V_0/S_g$ – начальная глубина лазерной ванны.

Кристаллы, образующиеся с помощью механизма зарождения и роста и формирующие вторую структурную зону в объеме затвердевающей лазерной ванны, сталкиваются как с перемещающимся вглубь расплава фронтом матричных кристаллов, так и между собой. Вероятность каждого из этих видов столкновений растет по мере уменьшения объемной доли расплава в зоне ванны, свободной от матричных кристаллов. Следовательно, эффективные значения частоты зарождения и скорости роста рассматриваемых кристаллов могут быть определены комбинацией выражений (9), (10) и (18).

Определив выражения для эффективных скоростей зарождения и роста и используя рассмотренный выше принцип вывода кинетического уравнения для превращений, происходящих путем зарождения и роста кристаллов, получаем соответствующее уравнение для доли закристаллизованного объема x_h

$$x_h(t) = \frac{4}{3} \pi \int_{t_b}^t \frac{1 - x_g(t') - x_h(t')}{1 - x_g(t')} \cdot I(t') \cdot \left[R_c(t') + \int_{t'}^t \frac{1 - x_g(t'') - x_h(t'')}{1 - x_g(t'')} \cdot u_h(t'') dt'' \right]^3 dt', \quad (21)$$

где $u_h(t)$ – скорость роста автономно зарождающихся кристаллов.

Очевидно, что общая доля превращенного объема лазерной ванны $x_s(t)$ рассчитывается путем суммирования выражений (20) и (21).

Выводы

1. Представлена новая версия кинетического анализа массовой кристаллизации, построенная без использования понятия расширенного объема. В предлагаемом подходе приращение доли кристаллизующегося объема за элементарный промежуток времени рассматривается как интегральная характеристика процессов зарождения и роста кристаллов, вклады которых рассчитываются посредством эффективных параметров I_{eff} , u_{eff} , пропорциональных относительно количеству материнской фазы.

2. В рамках разработанной модели получены кинетические уравнения для процессов однофазной и двухфазной (конкурентной) кристаллизации, а также затвердевания лазерной ванны путем прорастания матричных кристаллов от границы оплавления и образования новых кристаллов в участках, расположенных над ФМК.

3. Показано, что, в отличие от известных подходов, основанных на классическом уравнении А.Н. Колмогорова и его производных, разработанная модель легко адаптируется к сложным превращениям с участием нескольких твердых фаз, кристаллизующихся с помощью различных механизмов.

Библиографические ссылки

1. **Вильковский С.С.** Стеклование и кристаллизация тонкого слоя расплава на массивной подложке / С. С. Вильковский, В. П. Набережных, Б.И. Селяков // Аморфные металлические сплавы. – М.: Металлургия, 1983. – Вып. 147. – С. 14 – 18.
2. **Sellger R.** Influence of cooling characteristics on glass formation of metallic glasses / R. Sellger, W. Loser, G. Richter // Mater. Sci. – Eng. – 1988. – V. 97. – P. 203 – 206.
3. **Tkatch V. I.** Computer simulation of Fe₈₀B₂₀ alloy solidification in the melt spinning process / V. I. Tkatch, S. N. Denisenko, V. I. Selyakov // Acta Metallurg. Mater. – 1995. – V. 43, № 6. – P. 2485 – 2491.
4. **Колмогоров А.Н.** К статистической теории кристаллизации металлов / А. Н. Колмогоров // Изв. АН СССР. Сер. матем. – 1937. – № 3. – С. 355 – 360.
5. **Кристиан Дж.** Теория превращений в металлах и сплавах. Ч.1. Термодинамика и общая кинетическая теория. / Дж. Кристиан. – М.: Мир, 1978. – 806 с.
6. **Yu G.** Kinetics of transformation with nucleation and growth mechanism: Two- and three-dimensional models / G. Yu, J. K. L. Lai // J. Appl. Phys. – 1996. – V.79. – P. 3504 – 3511.
7. **Ткач В. И.** Экспериментальные исследования и аналитическое описание двухстадийной кристаллизации аморфного сплава Fe₈₅B₁₅ // Физика металлов и металловедение. / В. И. Ткач, С. Г. Рассолов, Т. Н. Моисеева, В. В. Попов. – 2007. – Т. 104, № 5. – С. 1 – 9.
8. **Kasuya T.** Real and extended volumes in simultaneous transformation / T. Kasuya, K. Ichikawa, M. Fuji, H. K. D. H. Bhadeshia // Mater. Sci. and Technology. – 1999. – V. 15, № 4. – P. 471 – 473.

9. **Yatsuya Shigeki.** Laser beam interaction with the PdSiCu and AgCuGe eutectics / Shigeki Yatsuya, T. B. Massalski // Proc. 4th Intern. Conf. on Rapidly Quenched Metals. Sendai: Jap. Inst. Metals. – 1982. – V. 1. – P. 169 – 172.
10. **Лысенко А. Б.** Влияние технологических факторов на состав, строение и свойства зоны лазерной химико-термической обработки / А. Б. Лысенко // Физика и химия обработки материалов. 2001. № 2. С. 25 – 30.
11. **Лысенко А.Б.** Особенности теплопереноса и кристаллизации при лазерной обработке сплавов с оплавлением поверхности / А. Б. Лысенко, Н. А. Коровина, Е. А. Якунин, Г. П. Брехаря, А. П. Шпак // Металлофиз. новейшие технол. – 2005. – Т. 27, № 11. – С. 1503 – 1518.
12. **Ткач В.И.** Кристаллизация сплава $Fe_{80}B_{20}$ из жидкого и аморфного состояния // Физика и техника высоких давлений. / В. И. Ткач. – 1998. – Т. 8, № 4. – С. 91 – 96.
13. **Расолов С.Г.** Влияние релаксационных процессов в расплавах и стеклах на их кристаллизацию / С. Г. Расолов, В. И. Ткач // Известия РАН. Серия физическая. – 2005. – Т. 69, № 8. – С. 1218 – 1223.
14. **Лысенко А. Б.** Моделирование параметров микроструктуры быстрозакристаллизованных металлов / А. Б. Лысенко, О. Л. Кравец, Г. В. Борисова // Физика и техника высоких давлений. – 2007. – Т. 17, № 3. – С. 52 – 62.
15. **Лысенко А.Б., Кравец О.Л., Лысенко А.А.** Влияние термического режима закалки из жидкого состояния на микроструктуру металлов // Металлофиз. новейшие технол. 2008. Т. 30. № 3. С. 415 – 427.
16. **Беленький В.З.** Геометрико-вероятностные модели кристаллизации. / В. З. Беленький – М.: Наука, 1980. – 88 с.
17. **Pineda E.** On the equations describing the grain size distribution change for KJMA kinetics / E. Pineda, T. Pradel, D. Crespo // J. Non-Cryst. – Sol. – 2001. – V. 287. – P. 88 – 91.
18. **Lysenko A. B.** Metal crystallization kinetics in conditions of laser rapid hardening / A. B. Lysenko, N. A. Korovina, I. A. Pavluchenkov // Proc. 2nd Int. Conf. Laser Technologies in Welding and Materials Processing. Kiev: E.O. Paton Electric Welding Institute, NASU. – 2005. – P. 85 – 87.

Надійшла до редколегії 07.09.2011